

Transcendentne funkcije in enačbe

- Eksponentna in logaritemska funkcija
- Eksponentna funkcija in graf eksponentne funkcije
- Eksponentna enačba
- Definicija in lastnosti logaritma
- Logaritemska funkcija in graf logaritemske funkcije
- Logaritemska enačba
- Kotne funkcije $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$
- Definicija, lastnosti kotnih funkcij in adicijski izreki
- Grafi kotnih funkcij

1. Na dve decimalni mesti natančno rešite enačbi:

a) $5^x = 7$

b) $\log_{\sqrt{2}} x = 3$

(5 točk)

2. Izračunajte vrednost funkcije $\cos x$, če je $\sin x = \frac{5}{13}$ in je x topi kot.

(4 točke)

3. Naj bo $a > 1$. Poenostavite izraz $4\log_a \sqrt{a} + \log_a a^3 - \log_a 1$.

(4 točke)

4. Izračunajte vrednost $\sin x$ in $\cos x$, če je $\tan x = -2$ in $\frac{\pi}{2} < x < \pi$.

(5 točk)

5. V isti koordinatni sistem narišite grafa funkcij: $f(x) = 2^x$ in $g(x) = 4$. Zapišite koordinati njunega presečišča.

(4 točke)

6. Poenostavite izraz: $\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 2\sin(\pi + x)$.

(5 točk)

7. Rešite enačbi: a) $3^{x+1} - 3^{x-1} = 72$ b) $\log_{\frac{1}{2}} x = -2$.

(5 točk)

8. Poenostavite izraz: $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 2\sin(\pi - x)$.

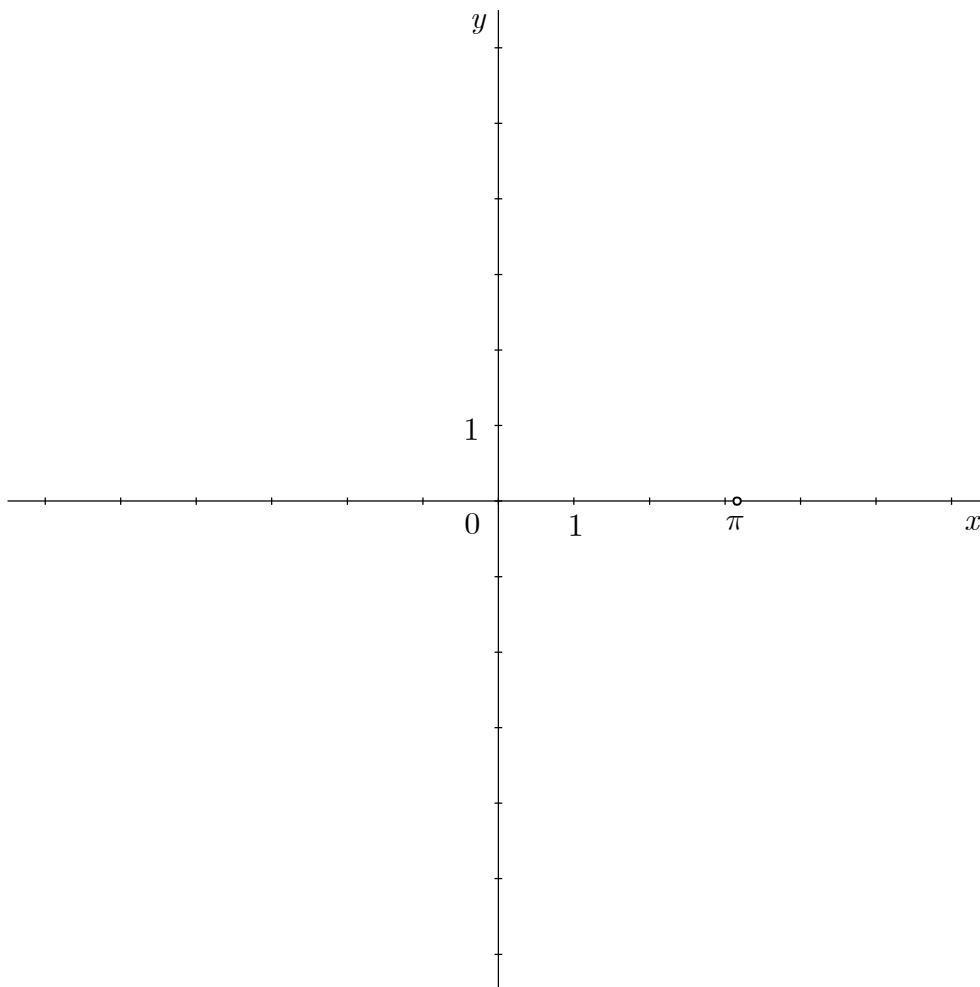
(5 točk)

9. Dani sta funkciji $f(x) = 2^x$ in $g(x) = \frac{1}{2}x^2 + x$.

9.1. Narišite grafa danih funkciji v isti koordinatni sistem.

(7 točk)

- 9.2. Označite presečišča grafov in z računom pokažite, da je eno presečišče $P(2, 4)$.
(5 točk)
- 9.3. Izračunajte $f(5) - g(6)$.
(3 točke)
10. Dani sta funkciji $f(x) = \log_3 x$ in $g(x) = -x + 4$. Narišite grafa obeh funkcij v istem koordinatnem sistemu. S slike odčitajte koordinati njunega presečišča. Rešitev preverite z računom.
(5 točk)
11. Rešite enačbo: $\log_x(4x + 5) = 2$
(4 točke)
12. Poenostavite izraz: $\frac{\sin^2 x + \cos 2x}{\sin(-2x)}$
(4 točke)
13. Določite x , če je $\log_3\left(\frac{x}{2} + 1\right) = 2$.
(4 točke)
14. Dana je funkcija $f(x) = \frac{3}{2}\sin x$.
- 14.1. Določite zalogo vrednosti, ničle in abscise minimumov in maksimumov funkcije.
(5 točk)
- 14.2. Narišite graf funkcije na intervalu
(6 točk)
- 14.3. Izračunajte natančno vrednost $f(765^\circ)$.
(4 točke)



15. Poenostavite izraz $\frac{\sin 2x}{\cos(-2x)+1}$

(4 točke)

16. Rešite enačbo: $\log(1-x) + \log(1-2x) = \log(1-7x)$.

(5 točk)

17. Izrazi $a = 2^x$, $b = 2^{3x-1}$, $c = 2^{2x+4}$ so trije členi zaporedja.

17.1. Za $x=1$ sta a in b prva dva člena aritmetičnega zaporedja. Kateri zaporedni člen v tem zaporedju je c ?

(6 točk)

17.2. Določite x tako, da bodo a , b in c prvi trije členi geometrijskega zaporedja.

(5 točk)

17.3. Z računom potrdite, da je $ac = 32b$.

(4 točke)

18. Izračunajte natančno vrednost $\cos 105^\circ$.

(5 točk)

19. V isti koordinatni sistem narišite graf funkcije $f(x) = 2^x$ in premico $x = -1$. Zapišite koordinati presečišča premice in grafa funkcije $f(x)$.

(5 točk)

20. Skicirajte graf funkcije $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. Za kateri x velja $f(x) = 8$?

(5 točk)

21. Tabelirajte funkcijo $f(x) = \log_3 x$ za vrednosti v preglednici.

x	$\frac{1}{3}$	1	3	6
$f(x)$				

(5 točk)

22. Rešite enačbo: $4 \cdot 2^{x-3} = \frac{1}{8}$.

(5 točk)

23. Rešite enačbo: $2^{x+3} + 2^x = 18$.

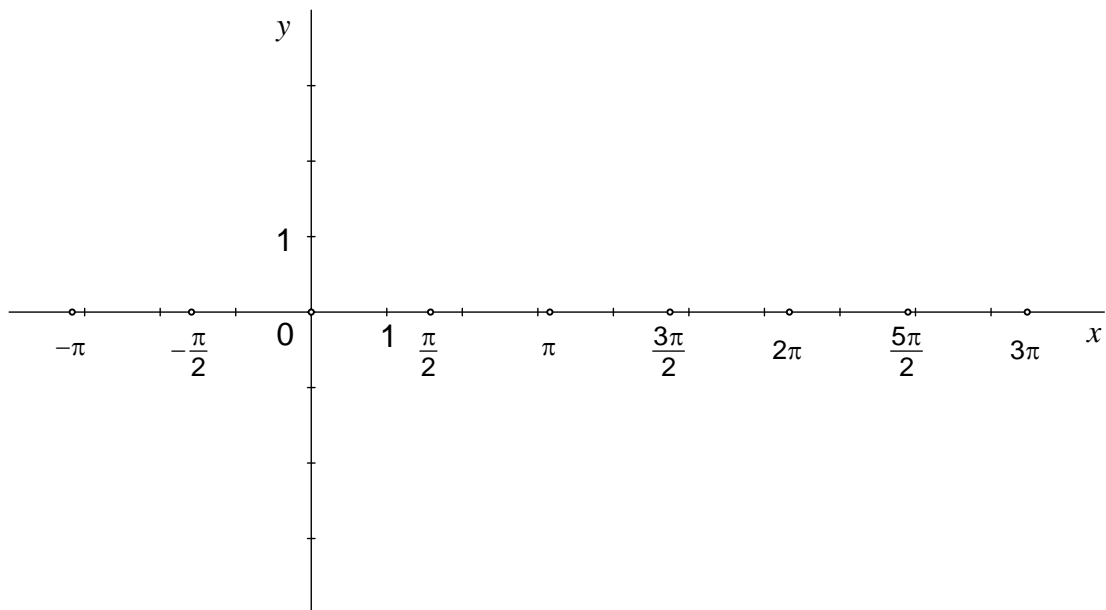
(4 točke)

24. Rešite enačbo: $\log_x(5x-6) = 2$.

(5 točk)

25. Narišite graf funkcije $f(x) = \sin x$ na intervalu $(-\pi, 3\pi)$. Zapišite definicijsko območje in zalogo vrednosti funkcije $f(x)$.

(4 točke)



26. Rešite enačbi:

a) $|x - 2| = 1$

b) $3^{x-2} = 1$

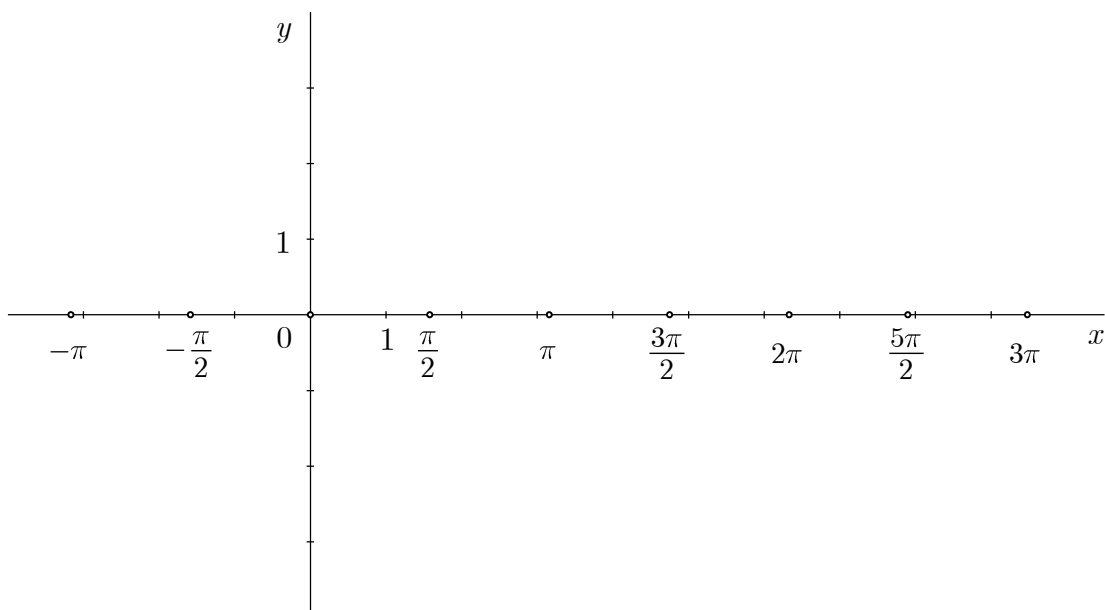
(5 točk)

27. Rešite enačbo: $\log(2x + 1) = 2$.

(4 točke)

28. Narišite graf funkcije $f(x) = \cos x$ na intervalu $(-\pi, 3\pi)$. Zapišite definicijsko območje in zalogo vrednosti funkcije $f(x)$.

(4 točke)



29. Rešite enačbi:

a) $16^x = 2$

b) $\log(5x) = 1$

(5 točk)

30. Rešite enačbi:

a) $\frac{x-11}{x+2} = 7$

b) $\log_9 3 = x$

(5 točk)

31. Izračunajte natančno vrednost $\cos \alpha$, če je $\sin \alpha = \frac{2}{5}$ in je α ostri kot.

(5 točk)

32. Dani sta eksponentna funkcija $f(x) = 2^x$ in logaritemska funkcija $g(x) = \log_2 x$.

32.1. Dopolnite preglednici in narišite grafa funkcij v dani koordinatni sistem.

(8 točk)

x	$f(x)$
-1	
0	

x	$g(x)$
$\frac{1}{2}$	
1	

1	
2	

2	
4	

32.2. Izračunajte $f(-1) \cdot f(-2) - f(-3)$.

(4 točke)

32.3. Rešite enačbo $g(x) = 4$.

(3 točke)

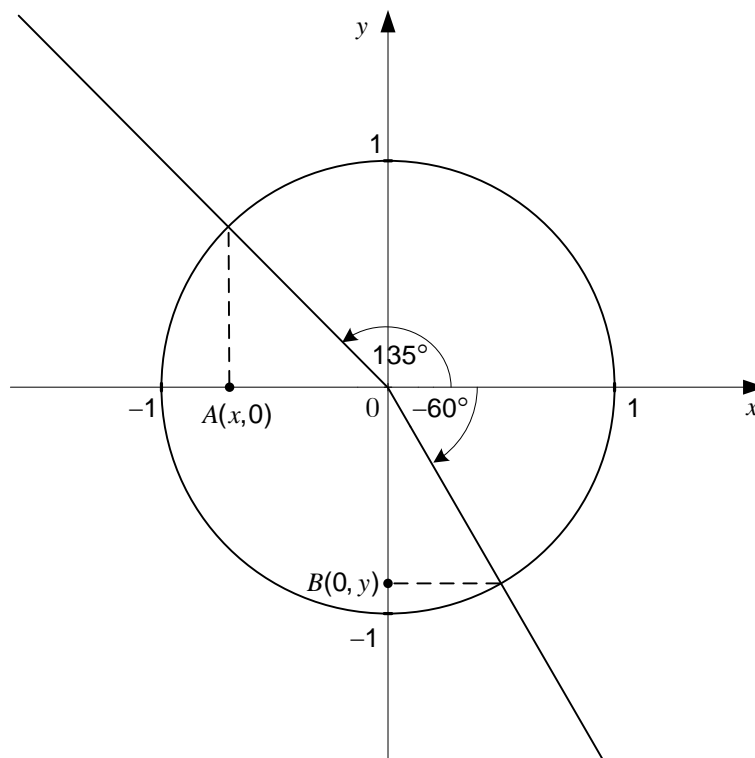
33. Rešite enačbo: $3^{2x+1} \cdot \frac{1}{9} = 27$.

(5 točk)

34. Brez uporabe žepnega računalna rešite eksponentno enačbo: $2^{2x-1} \cdot 8 = 1$.

(4 točke)

35. Natančno izračunajte manjkajoči koordinati točk A in B .



(4 točke)

36. Izrazite x v enakosti: $\log x = \log(a-b) + 2 \cdot \log a - \log(a+b)$.

(4 točke)

37. Rešite enačbo: $\log_x + \log 2 = \log(x^2 + 1)$.

(5 točk)

38. Ali so naslednje izjave pravilne (P) ali nepravilne (N)? Obkrožite ustrezno črko.

$\log_9 3 = 2$ P N

Rešitev enačbe $2^x = -8$ je $x = -3$. P N

$\sin \frac{\pi}{2} + \cos \pi = 2$ P N

$\sin(-x) = -\sin x$ za vsak $x \in \mathbb{R}$. P N

$-2^2 = -4$ P N

(5 točk)

39. Izrazite vrednosti kotnih funkcij z vrednostmi kotnih funkcij ostrih kotov in nato izračunajte

natančno vrednost izraza $\frac{\sin 225^\circ + \operatorname{tg} 135^\circ}{\cos 300^\circ}$.

(5 točk)

40. Rešite enačbi:

a) $\log_3 x = -2$

b) $x^2 - 5x + 4 = 0$

(4 točke)

41. Rešite enačbo: $\log_x(2x + 15) = 2$.

(4 točke)

42. V vsaki vrstici obkrožite pravilni odgovor.

$\log_5 25$ je enak

-2	$\frac{1}{2}$	2	5
----	---------------	---	---

$8^{\frac{1}{3}}$ je enako

$\frac{8}{3}$	$\frac{3}{8}$	2	$\frac{1}{24}$
---------------	---------------	---	----------------

Odvod funkcije $f(x) = 5x^3$ je enak

$8x^2$	$15x^2$	$3x^2$	$15x$
--------	---------	--------	-------

Vrednost izraza $\frac{1 - \sin^2 x}{\cos^2 x}$ je za $\cos^2 x \neq 0$ enaka

1	$\sin x$	$\cos x$	0
---	----------	----------	---

(4 točke)

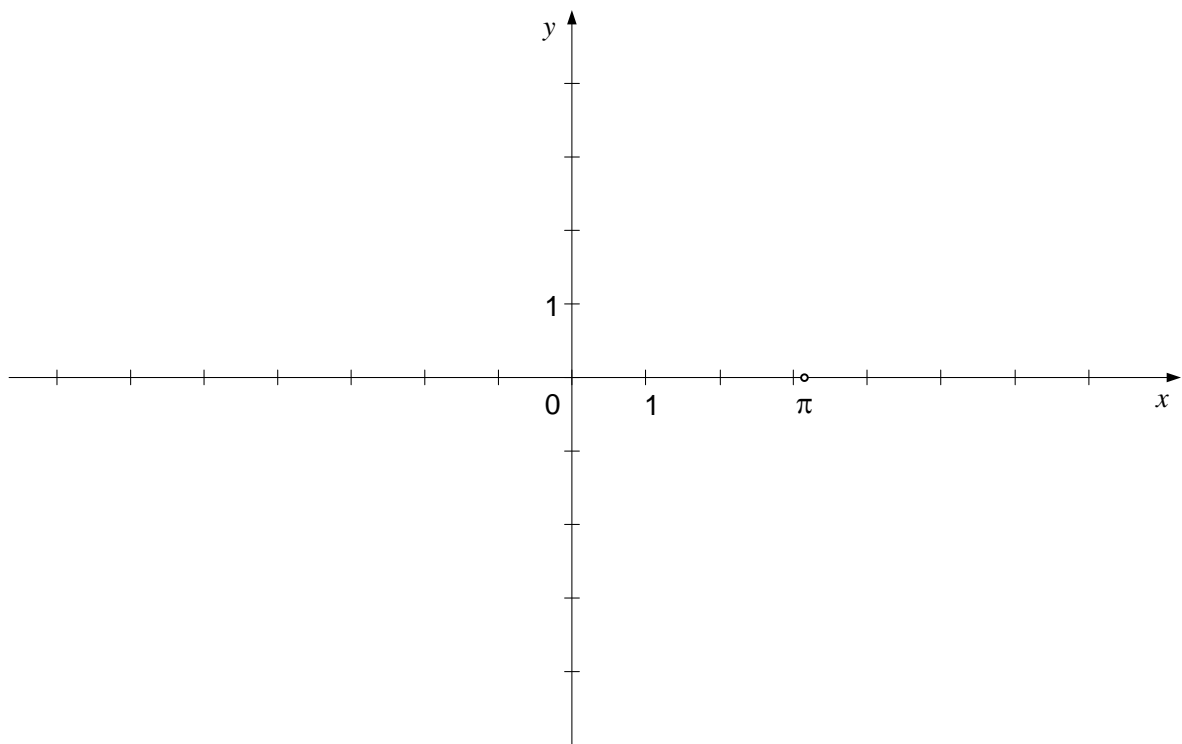
43. Na sliki je graf eksponentne funkcije $f(x) = a^x$, ki je definirana za vsako realno število x .

Preberite ustrezen podatek z grafa, izračunajte osnovo a in zapišite predpis funkcije f .
Zapišite definicijsko območje in zalogo vrednosti funkcije f .

(5 točk)

44. Narišite graf funkcije $f(x) = 2 \sin x$.

(5 točk)

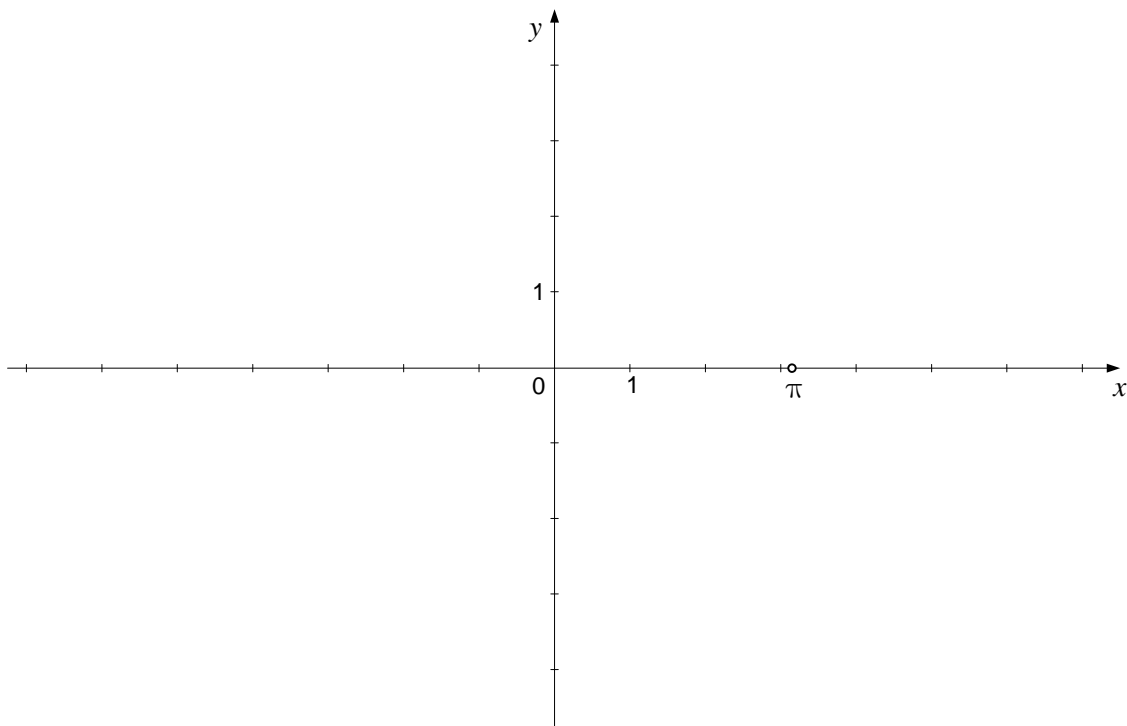


45. Rešite enačbo: $\log(3x+1) + \log(x-2) = \log(2x+4)$

(5 točk)

46. Narišite graf funkcije $f(x) = 2\cos x$.

(5 točk)



47. Rešite enačbi:

a) $3^{2x-5} = 27$

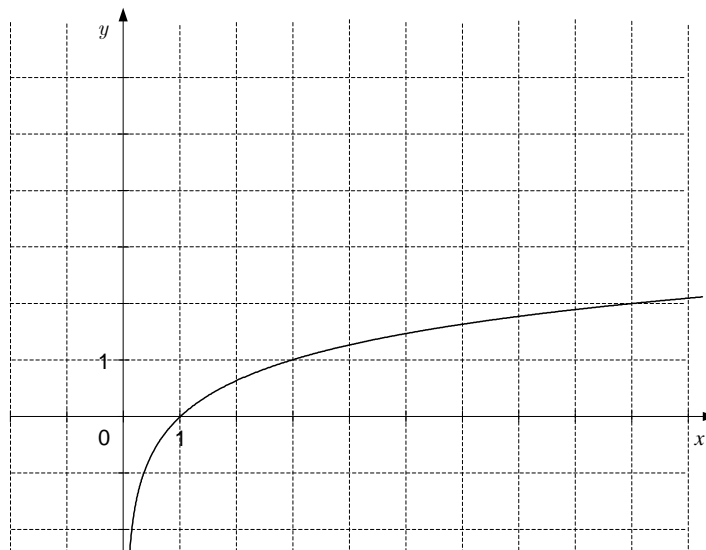
b) $\log_2\left(\frac{1}{4}\right) = x$

(5 točk)

48. Dani sta funkciji $f(x) = 2^x$ in $g(x) = -x + 6$. Narišite grafa obeh funkcij v isti koordinatni sistem. S slike odčitajte koordinati njunega presečišča. Rešitev preverite z računom.

(5 točk)

49. Na sliki je graf logaritemske funkcije $f(x) = \log_a x$. Glede na sliko izpolnite preglednico in izračunajte vrednost osnove a .



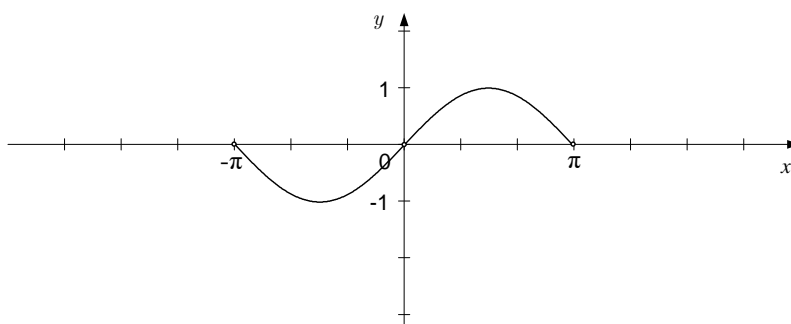
(5 točk)

x	$f(x)$
1	
	2

50. Rešite enačbo: $2^{x^2-3x+4} = 4$.

(5 točk)

51. Narisan je graf funkcije $f(x) = \sin x$ na intervalu $[-\pi, \pi]$.



Za dani interval zapišite

ničle funkcije f : _____

založni vrednosti funkcije f : _____

interval naraščanja funkcije f : _____

vrednost spremenljivke x , za katero je $f(x) = 1$: _____

(5 točk)

52. Natančno izračunajte x :

$$\sin 135^\circ = x, \quad x = \boxed{}$$

$$2^x = 8, \quad x = \boxed{}$$

$$\log_x 25 = 2, \quad x = \boxed{}$$

$$x \cdot \cos \pi = 1, \quad x = \boxed{}$$

(4 točke)

53. Na slikah so grafi nekaterih izmed naslednjih funkcij:

$$f(x) = -x^2 + 6$$

$$g(x) = \log_2 x$$

$$h(x) = 2^x$$

$$i(x) = 5^x$$

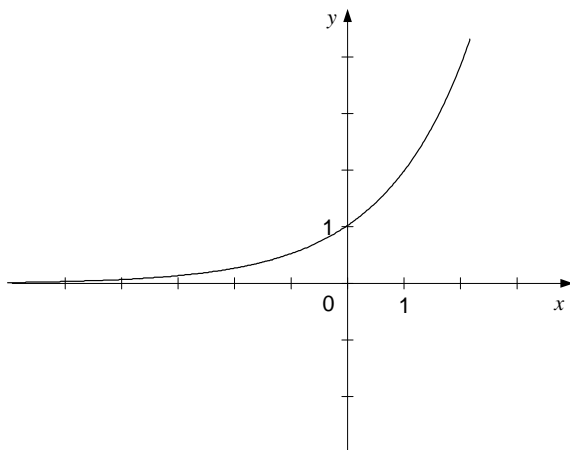
$$j(x) = \frac{x-1}{x+2}$$

$$k(x) = -3x + 6$$

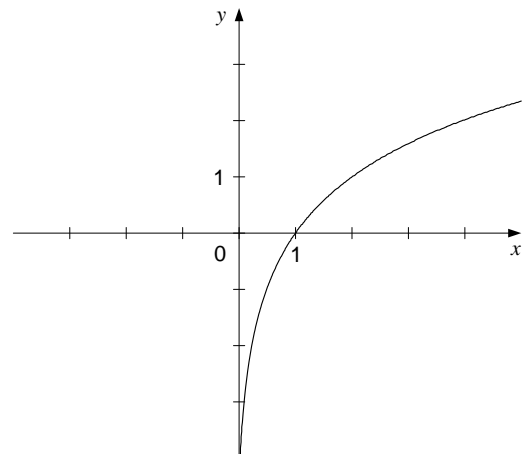
Pod vsako sliko zapišite funkcijo, katere graf je na sliki.

(4 točke)

A

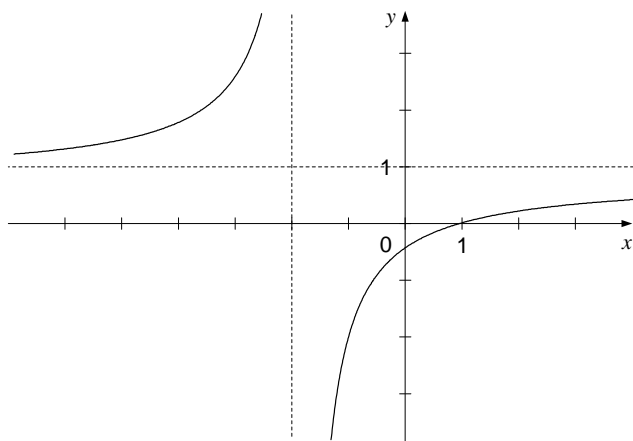


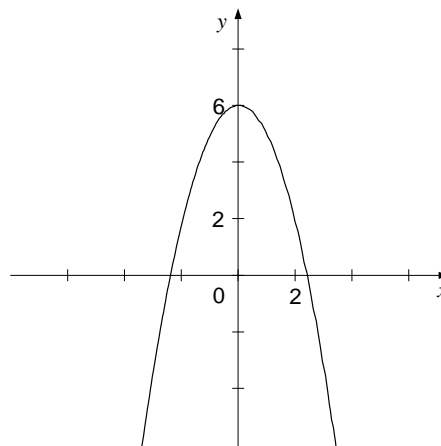
B



C

D





54. Ali so navedene izjave pravilne?

$$x^2 - 16x + 60 = (x - 2)(x - 30)$$

DA NE

Niçli kvadratne funkcije $f(x) = 2x^2 + 4x$ sta $x_1 = 0$ in $x_2 = -2$.

DA NE

Začetna vrednost funkcije $f(x) = \sin x$ je π .

DA NE

Točka $T(5, -2)$ je presečišče premic $x - y = 7$ in $3x + 4y - 11 = 0$.

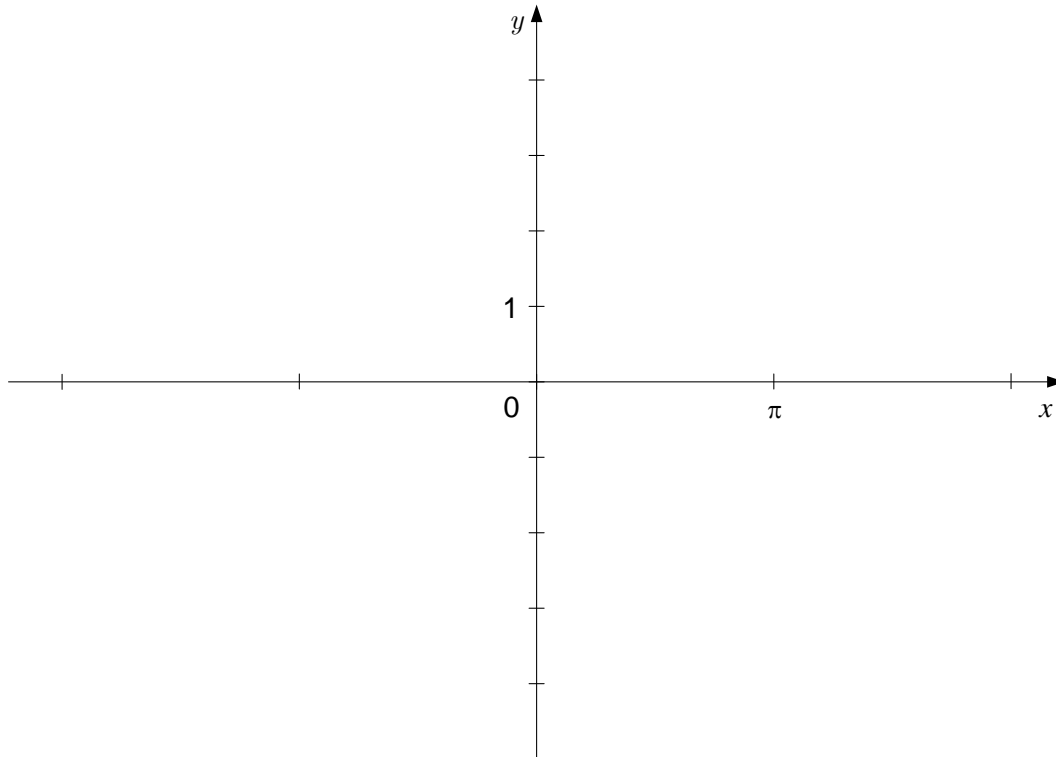
DA NE

(4 točke)

55. V dani koordinatni sistem narišite graf funkcije $f(x) = \cos x$ na intervalu $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$.

Točka T je presečišče grafa funkcije f z ordinatno osjo. Zapišite koordinati točke T .

(5 točk)



56. Izračunajte vrednosti $\sin \alpha$ in $\tan \alpha$, če je $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$ in je $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

(4 točke)

57. Rešite enačbo: $3^{x^2} \cdot 3^{2x} = 27$.

(5 točk)

58. Izpolnite preglednico in v dani koordinatni sistem narišite graf funkcije $f(x) = \log_4 x$.

(4 točke)

x	$\frac{1}{4}$	1	4
$f(x) = \log_4 x$			

59. V okvirčke zapišite taka števila, da bodo veljale enakosti:

$$\sqrt{\square} = \frac{3}{2}$$

$$\log_{\square} 8 = 3$$

$$16^{\square} = 4$$

$$\sin \square = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(4 točke)

60. Rešite enačbo: $\log_2(x-2) + \log_2 x = 3$.

(5 točk)

61. Za $a = 4$ in $b = 3$ z uporabo žepnega računalja izračunajte vrednosti spodnjih izrazov:

$$\sqrt[3]{a}$$

$$a^3 b^{-2}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{2}{b}$$

$$\log_2 a$$

(4 točke)

62. Rešite enačbo $5^{x-1} \cdot 4 = 100$.

(4 točke)

63. Dan je splošni člen zaporedja $a_n = \sin \frac{n\pi}{6}$, $n \in \mathbb{N}$. Natančno izračunajte prve tri člene zaporedja.

(4 točke)

Rešitev

1. Skupaj 5 točk

a)

- Logaritmiranje enačbe, npr.: $x \cdot \log 5 = \log 7$ 1 točka

- $x = \frac{\log 7}{\log 5} \doteq 1,21$ (1* + 1) 2 točki

b)

- $x = (\sqrt{2})^3 = 2\sqrt{2} \doteq 2,83$ (1* + 1) 2 točki

Opomba: Toleriramo, tudi če ni znaka za približek.

Rešitev

2. Skupaj 4 točke

- Uporabljen zveza, npr.: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ 1 točka
- Izračun: $\cos^2 x = \frac{144}{169}$ 1 točka
- Izračun, npr.: $\cos x = \pm \frac{12}{13}$ 1 točka
- Rešitev: $\cos x = -\frac{12}{13}$ (upoštevanje negativnega predznaka) 1* točka

Opomba: Če kandidat pride do pravilne rešitve z uporabo kalkulatorja (npr. $\cos x = -0,92$), dobi vse točke.

Rešitev

3. Skupaj 4 točke

- Izračun: $2\log_a a + 3\log_a a - \log_a 1 = 2 + 3 + 0$, vsak člen 1 točka (1 + 1 + 1) 3 točke
- Rešitev: 5 1 točka

Rešitev

4. Skupaj 5 točk

- Pot reševanja, npr.: uporaba ustrezne zveze 1* točka
- Izračunana vrednost: $\cos x = -\frac{\sqrt{5}}{5}$ (-0,4472) (1* + 1) 2 točki
- Izračunana vrednost: $\sin x = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ (0,8944) (1* + 1) 2 točki

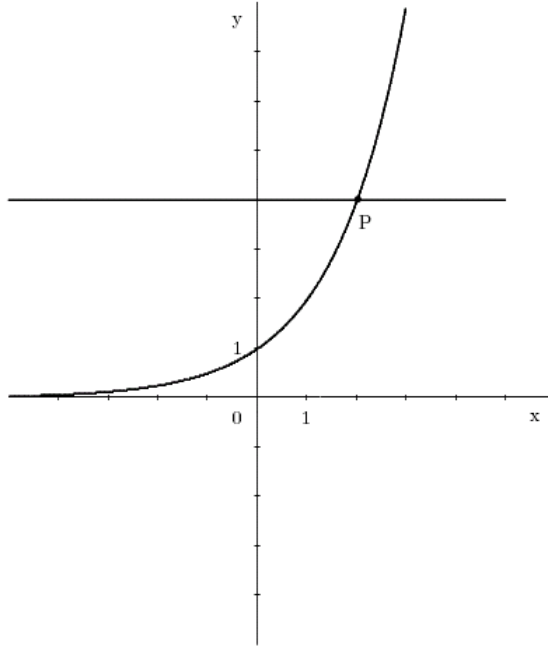
Opomba: Racionalizacija ulomkov ni nujna.

Rešitev

5. Skupaj 4 točke

- Narisan graf funkcije $f(x)$ 2 točki
- Narisana premica $g(x)$ 1 točka
- Določeno presečišče: $P(2,4)$ 1* točka

Opomba: Če je funkcija $f(x)$ le pravilno tabelirana, dobi kandidat 1 točko.



Rešitev

6. Skupaj 5 točk

- Poenostavljen prvi člen: $\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \sin x$ (1* + 1) 2 točki
- Poenostavljen drugi člen: $2\sin(\pi + x) = -2\sin x$ (1* + 1) 2 točki
- Rešitev: $-\sin x$ 1 točka

Rešitev

7. Skupaj 5 točk

a)

- Postopek reševanja, npr.: $3^{x-1}(9-1) = 72$; $3^{x-1} = 9$ (1* + 1) 2 točki
- Rešitev: $x = 3$ 1 točka

b)

- $x = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$ 1 točka
- $x = 4$ 1 točka

Rešitev

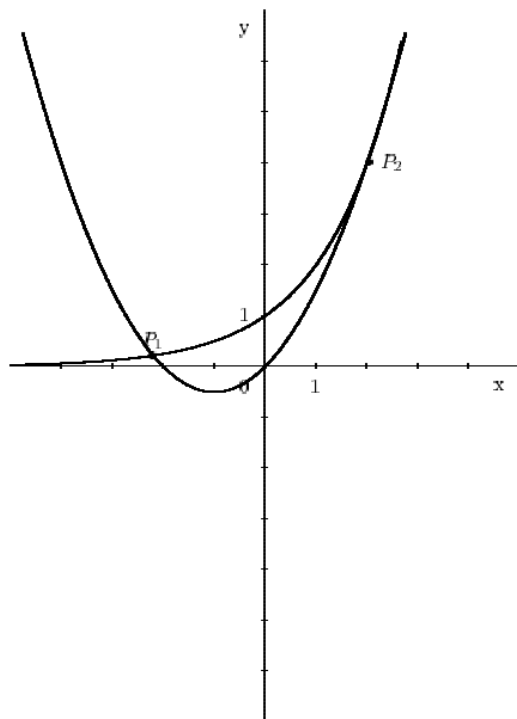
8. Skupaj 5 točk

- Poenostavljen prvi člen: $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin x$ (1* + 1) 2 točki
- Poenostavljen drugi člen: $2\sin(\pi - x) = 2\sin x$ (1* + 1) 2 točki
- Rešitev: $\sin x$ 1 točka

Rešitev

9. Skupaj 15 točk

9.1. (7 točk)



Graf funkcije $f(x) = 2^x$:

- predstavlja graf eksponentne funkcije 1 točka
- graf poteka skozi točko $(0,1)$ 1 točka

Graf funkcije $g(x) = \frac{1}{2}x^2 + x$:

- graf poteka skozi teme $T\left(-1, -\frac{1}{2}\right)$ 2 točki
- graf poteka skozi točki $(-2,0)$ in $(0,0)$ $(1 + 1)$ 2 točki
- graf je parabola 1 točka

9.2. (5 točk)

- Označeni presečišči $(1 + 1)$ 2 točki
- $f(2) = 4$ 1 točka
- $g(2) = 4$ 1 točka
- Ugotovitev $f(2) = g(2)$ 1 točka

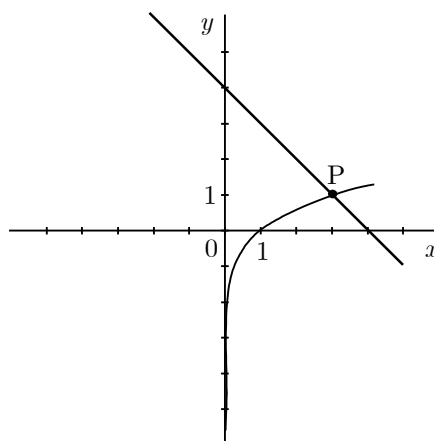
9.3. (3 točke)

- Vrednosti: $(1 + 1)$ 2 točki
- Razlika: 8 1 točka

Rešitev

10. Skupaj 5 točk

- Narisan graf logaritemske funkcije $(1^* + 1)$ 2 točki
- Narisana premica 1 točka



- Določeno presečišče: $P(3,1)$ 1 točka
- Račun, npr.: $f(3) = \log_3 3 = 1$ in $g(3) = -3 + 4 = 1$ 1 točka

Rešitev

11. Skupaj 4 točke

- Zapis enačbe, npr.: $x^2 = 4x + 5$ 1 točka
- Rešitvi enačbe: $x_1 = -1, x_2 = 5$ (1*+1) 2 točki
- Ugotovitev, da $x_2 = 5$ je rešitev prvotne enačbe,
 $x_1 = -1$ pa ne 1 točka

Rešitev

12. Skupaj 4 točke

- Upoštevana enakost $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ 1 točka
- Upoštevana lihost funkcije sinus 1 točka
- Upoštevana enakost $\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$ 1 točka
- Rešitev: ali $-\frac{1}{2} \cot x$ 1 točka

Rešitev

13. Skupaj 4 točke

- Preoblikovanje enačbe, npr.: $\left(\frac{x}{2} + 1\right) = 3^2$ 2 točki
- Reševanje enačbe 1* točka
- Rešitev: $x = 16$ 1 točka

Rešitev

14. Skupaj 15 točk

14.1. (5 točk)

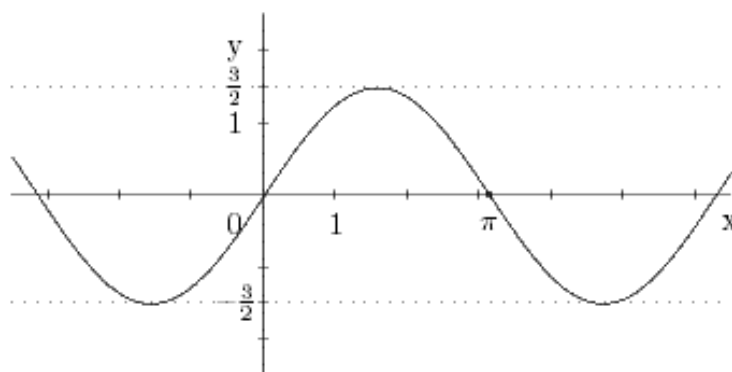
- $Z_f = \left[-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right]$ (za odprti interval le 1 točka) 2 točki
- Ničle: $x_k = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ali napisane vsaj tri zaporedne ničle,
npr. $-\pi, 0, \pi, 2\pi$ 1 točka

- Minimum, npr.: $x_m = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ali
abscisi minimumov $-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$ 1 točka
- Maksimum, npr.: $x_M = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ali
napisani abscisi maksimumov $-\frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{2}$ 1 točka

Opomba: Če kandidat ne napiše $k \in \mathbb{Z}$, kljub temu dobi predvidene točke.

14.2. (6 točk)

- Narisan graf 6 točk
Od tega:
za upoštevanje Z_f 1 točka,
za vse 4 ničle 2 točki,
za vse ekstremalne točke 2 točki,
pravilna sinusoida 1 točka.



14.3. (4 točke)

- Upoštevanje $f(765^\circ) = \frac{3}{2} \sin(765^\circ)$ 1 točka
- Upoštevana periodičnost, npr.:
 $= \frac{3}{2} \sin(45^\circ + 720^\circ)$ (tudi neposredno $= \frac{3}{2} \sin(45^\circ)$) 1 točka
- Upoštevanje $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 1 točka
- Rešitev: $f(765^\circ) = \frac{3\sqrt{2}}{4}$ 1 točka

Opomba: Če v izračunu niso nikjer napisane stopinje, dobi kandidat za pravilno rešitev 3 točke. Za približno vrednost, dobljeno z žepnim računalom (1,06066 ...), dobi 1 točko.

Rešitev

15. Skupaj 4 točke

- Upoštevana enakost $\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$ 1 točka
- Upoštevana sodost funkcije kosinus 1 točka
- Upoštevana enakost $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ 1 točka
- Rešitev: $\frac{\sin x}{\cos x}$ ali $\tan x$ 1 točka

Rešitev

16. Skupaj 5 točk

- Preoblikovanje enačbe, npr.: $\log[(1-x) \cdot (1-2x)] = \log(1-7x)$ 1 točka
- Zapis enačbe, npr.: $(1-x)(1-2x) = (1-7x)$ 1 točka
- Urejena enačba, npr.: $2x^2 + 4x = 0$ 1 točka
- Rešitvi kvadratne enačbe: $x_1 = 0, x_2 = -2$ in potrditev da sta to tudi rešitvi prvotne enačbe 2 točki

Opomba: Če kandidat prečrta eno od pravih rešitev, dobi 1 točko od zadnjih dveh točk.

Rešitev

17. Skupaj 15 točk

17.1. (6 točk)

- Izračunani členi: $a = 2, b = 4, c = 64$ (1*+1) 2 točki
- Določena razlika $d = 2$ 1 točka
- Nastavljena enačba, npr.: $64 = 2 + (n-1) \cdot 2$ 1 točka
- Izračunan $n = 32$ 1 točka
- Odgovor: c je dvaintrideseti člen. 1 točka

17.2. (5 točk)

- Upoštevanje lastnosti geometrijskega zaporedja, npr.: $(2^x) \cdot (2^{3x-1}) = (2^{2x+4})^2$ 1 točka
- Preoblikovana enačba, npr.: $2^{3x+4} = 2^{6x-2}$ 2 točki
- Rešitev enačbe: $x = 2$ (1*+1) 2 točki

17.3. (4 točke)

- Ugotovitev: $a \cdot c = 2^x \cdot 2^{2x+4} = 2^{3x+4}$ (1*+1) 2 točki
- Ugotovitev: $32 \cdot b = 2^5 \cdot 2^{3x-1} = 2^{3x+4}$ (1*+1) 2 točki

Opomba: Če kandidat potrdi enakost le na konkretnih vrednostih a, b, c (npr. $a = 2, b = 4, c = 64$), dobi kandidat le 2 točki.

Rešitev

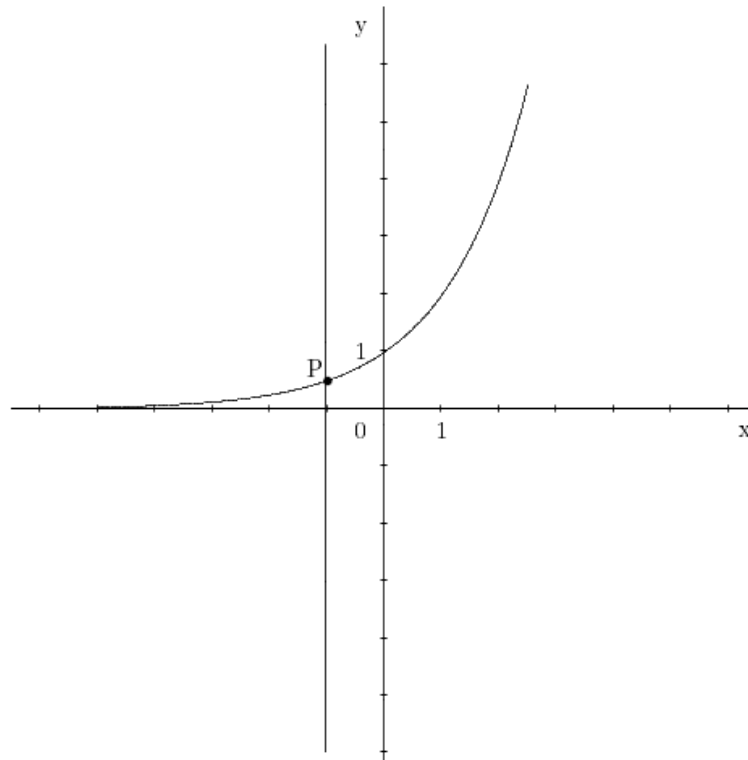
18. Skupaj 5 točk

- Uporaba adicijskega izreka, npr.:
 $\cos 105^\circ = \cos(60^\circ + 45^\circ) = \cos 60^\circ \cdot \cos 45^\circ - \sin 60^\circ \cdot \sin 45^\circ$ 2 točki
(samo za zapisan ustrezen adicijski izrek 1 točka)
- Vstavljene natančne vrednosti in poenostavljanje (1 + 1) 2 točki
- Rešitev, npr.: $\frac{\sqrt{2}}{4}(1-\sqrt{3})$ 1 točka

Opomba: Za izračun z računalom $\cos 105^\circ = -0,2588\dots$ dobi kandidat 1 točko.

Rešitev

19. Skupaj 5 točk

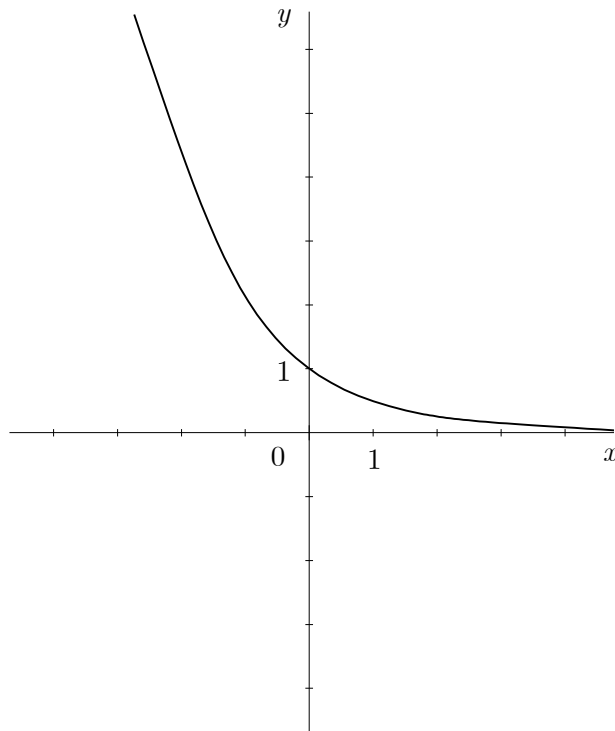


- Narisan graf funkcije $f(x)$ 2 točki
(če le pravilno tabelira funkcijo, dobi 1 točko)
- Narisana premica 1 točka
- Koordinati presečišča: $P\left(-1, \frac{1}{2}\right)$ 2 točki
(če iz napačnih grafov prebere pravilno presečišče, dobi 1 točko)

Rešitev

20. Skupaj 5 točk

- Graf funkcije: presečišče z ordinatno osjo, asimptotično približevanje, monotono padanje (oblika) (1 + 1 + 1) 3 točke



- Reševanje enačbe $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 8$ ali izračunana vrednost $f(-3)$ 1 točka
- Odgovor: Za $x = -3$ 1 točka

Rešitev

21. Skupaj 5 točk

- Napisane vrednosti:

x	$\frac{1}{3}$	1	3	6
$f(x)$	-1	0	1	1,6...

 (1 + 1 + 1 + 2) 5 točk

Rešitev

22. Skupaj 5 točk

- Zapis leve strani $4 \cdot 2^{x-3} = 2^2 \cdot 2^{x-3} = 2^{x-1}$ (1 + 1) 2 točki
- Zapis desne strani $\frac{1}{8} = 2^{-3}$ 1 točka
- Enačba, npr.: $x - 1 = -3$ 1* točka
- Rešitev: $x = -2$ 1 točka

Rešitev

23. Skupaj 4 točke

- Reševanje, npr.: $2^x(2^3 + 1) = 18$ 1 točka
- Poenostavitev, npr.: $9 \cdot 2^x = 18$ 1 točka
- Krajšanje, npr.: $2^x = 2$ 1 točka
- Rešitev: $x = 1$ 1 točka

Opomba: Za uganjeno in preverjeno rešitev dobi kandidat 2 točki.

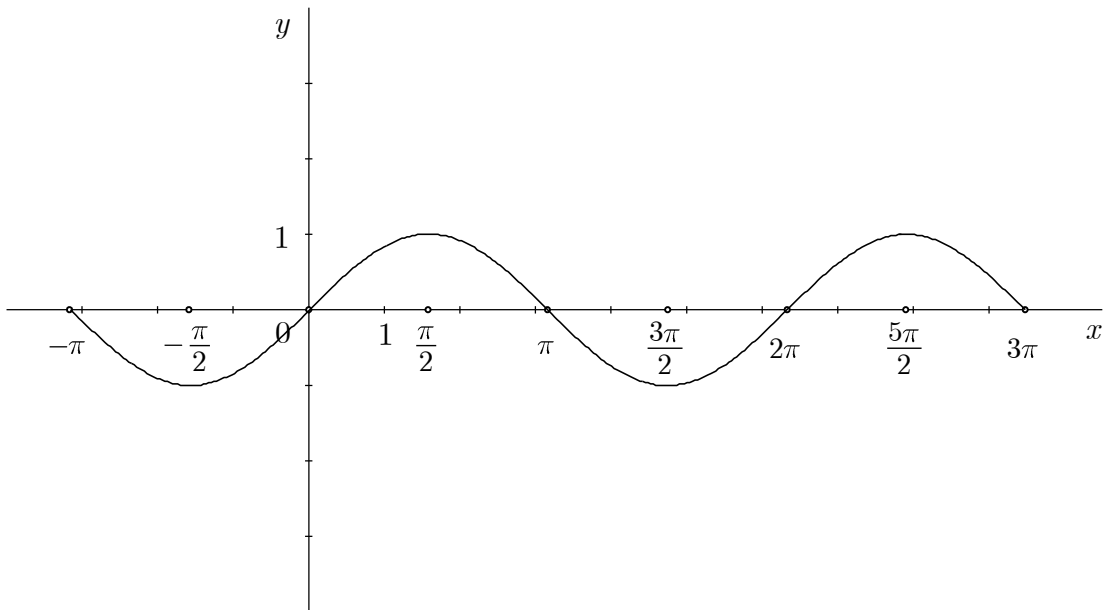
Rešitev

24. Skupaj 5 točk

- Upoštevanje definicije logaritma: $x^2 = 5x - 6$ 2 točki
- Urejena enačba, npr.: $x^2 - 5x + 6 = 0$ 1 točka
- Reševanje (razcep ali po obrazcu) 1* točka
- Rešitvi: $x_1 = 2, x_2 = 3$ 1 točka

Rešitev

25. Skupaj 4 točke



- Narisana sinusoida z upoštevanjem ničel, minimumov in maksimumov na intervalu $(-\pi, 3\pi)$ ali na širšem intervalu 2 točki
- Funkcija je definirana za vsak $x \in \mathbb{R}$ ali $D_f = \mathbb{R}$ ali $D_f = (-\infty, \infty)$ 1 točka
Opomba: Kandidat dobi 1 točko tudi, če zapiše $D_f = (-\pi, 3\pi)$.
- Zaloga vrednosti, npr.: $Z_f = [-1, 1]$ 1 točka

Rešitev

26. Skupaj 5 točk

- a)
- Rešitev: $x_1 = 3, x_2 = 1$ (1 + 1) 2 točki
- b)
- Reševanje enačbe (1* + 1) 2 točki
 - Rešitev: $x = 2$ 1 točka

Rešitev

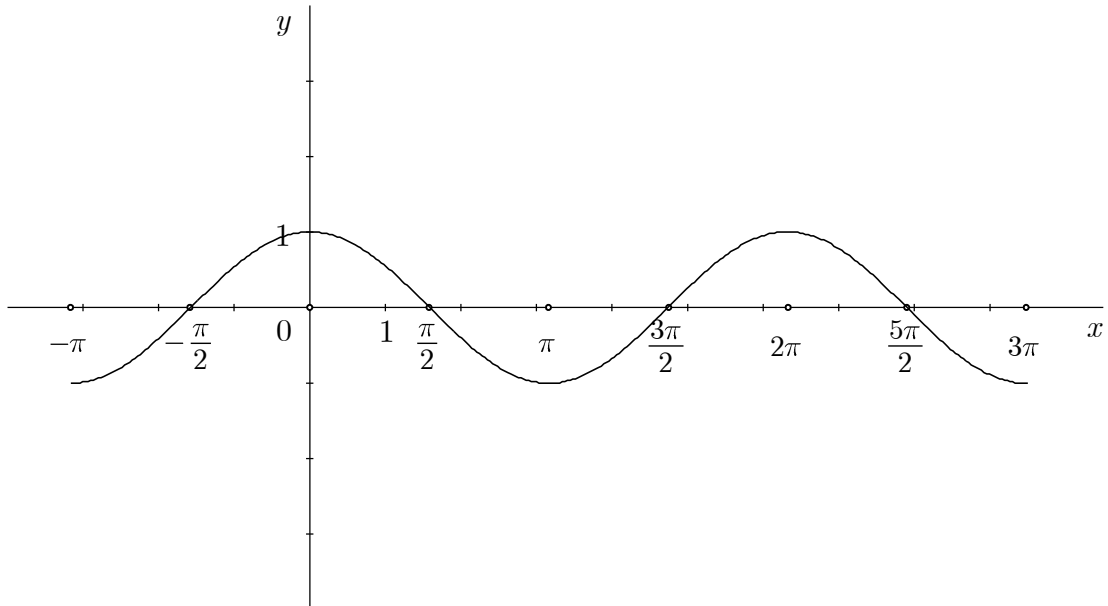
27. Skupaj 4 točke

- Nastavek, npr.: $10^2 = 2x + 1$ 2 točki
(Za $2 = \log_{10} 100$ le 1 točka.)

- Reševanje enačbe 1 točka
- Rešitev: $x = \frac{99}{2}$ 1 točka

Rešitev

28. Skupaj 4 točke



- Narisana sinusoida z upoštevanjem ničel, minimumov in maksimumov na intervalu $(-\pi, 3\pi)$ 2 točki
Opomba: Točki nista deljivi.
- Funkcija je definirana za vsak $x \in \mathbb{R}$ ali $D_f = \mathbb{R}$ ali $D_f = (-\infty, \infty)$ 1 točka
Opomba: Kandidat dobi 1 točko tudi, če zapiše $D_f = [-\pi, 3\pi]$.
- Zaloga vrednosti je interval $Z_f = [-1, 1]$ 1 točka

Rešitev

29. Skupaj 5 točk

a) (3 točke)

- Postopek, npr.: $2^{4x} = 2$, $4x = 1$ (1 + 1) 2 točki
- Rešitev: $x = \frac{1}{4}$ 1 točka

b) (2 točki)

- Postopek, npr.: $10^1 = 5x$ 1 točka
- Rešitev: $x = 2$ 1 točka

Rešitev

30. Skupaj 5 točk

a)

- Preoblikovanje enačbe, npr.: $x - 11 = 7(x + 2)$ 1 točka
- Postopek reševanja 1* točka
- Rešitev enačbe, npr.: $x = -\frac{25}{6}$ 1 točka

b)

- Preoblikovanje enačbe: $9^x = 3$ 1 točka
- Rešitev enačbe: $x = \frac{1}{2}$ 1 točka

Rešitev

31. Skupaj 5 točk

- Uporaba enačbe: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ 1 točka
- Preoblikovanje enačbe: $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$ 1 točka
- Izračun: $\sin^2 \alpha = \frac{4}{25}$ 1 točka
- Izračun: $\cos^2 \alpha = \frac{21}{25}$ 1* točka
- Rezultat: $\cos \alpha = \frac{\sqrt{21}}{5}$ 1 točka

Rešitev

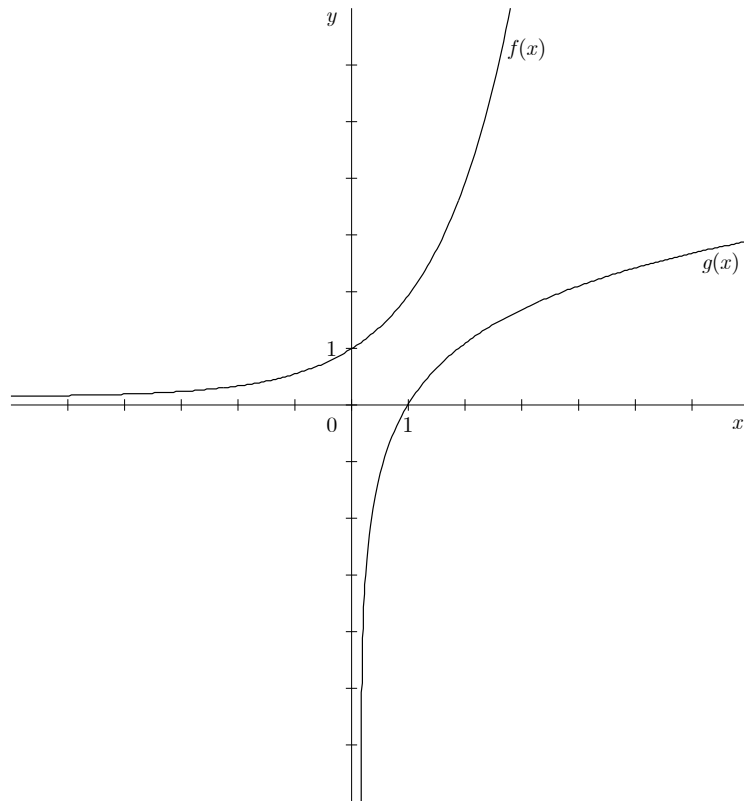
32. Skupaj 15 točk

32.1. (8 točk)

x	$f(x)$
-1	$\frac{1}{2}$
0	1
1	2
2	4

x	$g(x)$
$\frac{1}{2}$	-1
1	0
2	1
4	2

- Pravilno izpolnjeni preglednici (2 + 2) 4 točke
Opomba: Kandidat dobi za vsaki dve pravilno izračunani funkcijski vrednosti 1 točko.
- Pravilno narisana grafa funkcij (2 + 2) 4 točke



32.2. (4 točke)

- Izračun: $f(-1) = \frac{1}{2}$ 1 točka
- Izračun: $f(-2) = \frac{1}{4}$ 1 točka
- Izračun: $f(-3) = \frac{1}{8}$ 1 točka
- Rešitev: 0 1 točka

32.3. (3 točke)

- Zapis enačbe: $\log_2 x = 4$ 1 točka
- Preoblikovanje enačbe: $x = 2^4$ 1 točka
- Rešitev: $x = 16$ 1 točka

Rešitev

33. Skupaj 5 točk

- Upoštevanje: $\frac{1}{9} = 3^{-2}$ 1 točka
- Upoštevanje: $27 = 3^3$ 1 točka
- Preureditev enačbe, npr.: $3^{2x-1} = 3^3$ 1 točka
- Izenačitev eksponentov: $2x - 1 = 3$ 1* točka
- Rešitev: $x = 2$ 1 točka

Rešitev

34. Skupaj 4 točke

- Zapis ali upoštevanje: $8 = 2^3$ 1 točka

- Zapis ali upoštevanje: $1 = 2^0$ 1 točka
 - Zapis enačbe, npr.: $2x - 1 + 3 = 0$ 1* točka
- Opomba: Kandidat dobi točko, če pravilno uporabi pravilo za množenje potenc.*
- Rezultat: $x = -1$ 1 točka

Rešitev

35. Skupaj 4 točke

- Izračun: $x = \cos 135^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ (1 + 1) 2 točki
- Izračun: $y = \sin 300^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ (1 + 1) 2 točki

Opomba: Kandidatu se v celoti odšteje 1 točka, če sta rezultata zapisana v decimalni obliki in pravilno zaokrožena.

Rešitev

36. Skupaj (4 točke)

- Upoštevanje: $2 \cdot \log a = \log a^2$ 1 točka
- Upoštevanje vsote in razlike logaritmov, npr.: $\log x = \log \left(\frac{(a-b) \cdot a^2}{a+b} \right)$ (1 + 1) 2 točki
- Rezultat, npr.: $x = \frac{(a-b) \cdot a^2}{a+b}$ 1 točka

Rešitev

37. Skupaj 5 točk

- Upoštevanje lastnosti logaritma: $\log x + \log 2 = \log 2x$ 1 točka
- Antilogaritmiranje enačbe 1 točka
- Preoblikovanje enačbe, npr.: $x^2 - 2x + 1 = 0$ 1 točka
- Reševanje kvadratne enačbe 1* točka
- Rešitev: $x_{1,2} = 1$ 1 točka

Rešitev

38. Skupaj 5 točk

- N 1 točka
- N 1 točka
- N 1 točka
- P 1 točka
- P 1 točka

Rešitev

39. Skupaj 5 točk

- Dane vrednosti kotnih funkcij, izražene z vrednostjo kotne funkcije ostrega kota, npr.: z adicijskim izrekom, za vsako vrednost kotne funkcije 1 točka, skupaj 3 točke
- Zapisane vse natančne vrednosti, npr.: $\frac{-\sqrt{2}-1}{2}$ 1 točka

- Rešitev, npr.: $-2 - \sqrt{2}$ 1 točka

Rešitev

40. Skupaj 4 točke

- a)
- Uporaba definicije logaritma: $x = 3^{-2}$ 1 točka
 - Rešitev, npr.: $x = \frac{1}{9}$ 1 točka
- b)
- Uporaba postopka za reševanje kvadratne enačbe 1 točka
 - Rešitvi: $x_1 = 1, x_2 = 4$ 1 točka

Rešitev

41. Skupaj 4 točke

- Upoštevanje definicije logaritma: $x^2 = 2x + 15$ 1 točka
- Reševanje kvadratne enačbe 1 točka
- Rešitev kvadratne enačbe: $x_1 = 5, x_2 = -3$ 1 točka
- Ugotovitev, da je $x = 5$ rešitev, $x = -3$ pa ni rešitev 1 točka

Rešitev Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
42	1	♦ $\log_5 25 = 2$	
	1	♦ $8^{\frac{1}{3}} = 2$	
	1	♦ $f'(x) = 15x^2$	
	1	♦ $\frac{1 - \sin^2 x}{\cos^2 x} = 1$	
Skupaj	4		

Rešitev Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
43	1	♦ zapis ali upoštevanje ustrezne točke na grafu, npr.: $T(1,2)$	
	1	♦ izračun ali zapis osnove: $a = 2$	
	1	♦ zapis predpisa funkcije, npr.: $f(x) = 2^x$	
	1	♦ zapis definicijskega območja funkcije, npr.: $D_f = (-\infty, \infty)$	
	1	♦ zapis zaloge vrednosti funkcije, npr.: $Z_f = (0, \infty)$	
Skupaj	5		

Rešitev

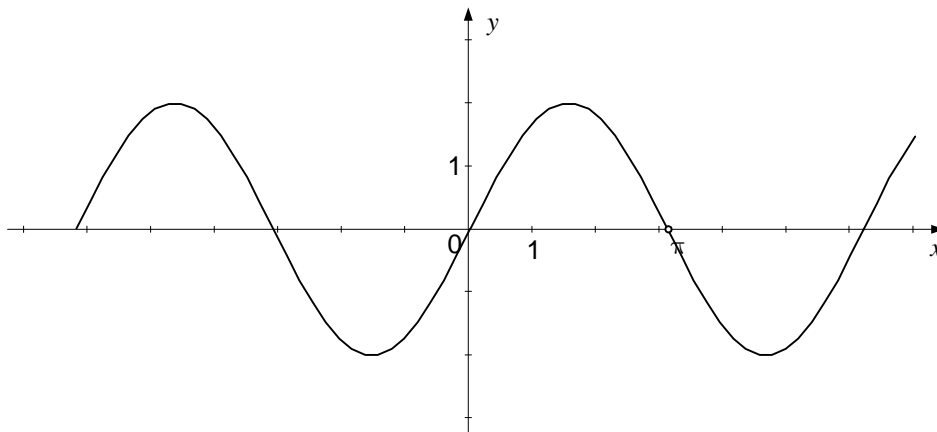
44. Skupaj 5 točk

1. način:

-U
poštevana perioda: 2π 1 točka
-U
poštevana amplituda: 2 1 točka
-U
poštevane ničle (tudi le na sliki): $k\pi, k \in \mathbb{Z}$ 1 točka
-P
ravilna sinusoida 2 točki

2. način:

-I
zračunane (napisane) ničle, npr.: ... $-2\pi, \pi, 0, \pi, 2\pi, \dots$ 1 točka
-I
zračunani (napisani) ekstremi, npr.: +2 pri $-\frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{2}$ in (ali) -2 pri $-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$ 1 točka
-U
poštevana amplituda: 2 1 točka



-P
ravilna sinusoida 2 točki

Opomba: Če je graf narisana le na dolžini intervala 2π , se naloga vrednoti z največ 4 točkami, na manjših intervalih pa z največ 3 točkami.

Rešitev

45. Skupaj 5 točk

-Z
apis $\log[(3x+1)(x-2)] = \log(2x+4)$ ali krajše $(3x+1)(x-2) = 2x+4$ 1 točka
-U
rejena enačba, npr.: $3x^2 - 7x - 6 = 0$ 1 točka
-R
ešitvi kvadratne enačbe $x_1 = 3, x_2 = -\frac{2}{3}$ $(1^* + 1)$ 2 točki

-U
gotovitev, da $x_1 = 3$ je rešitev, $x_2 = -\frac{2}{3}$ pa ni rešitev prvotne enačbe 1 točka

Rešitev

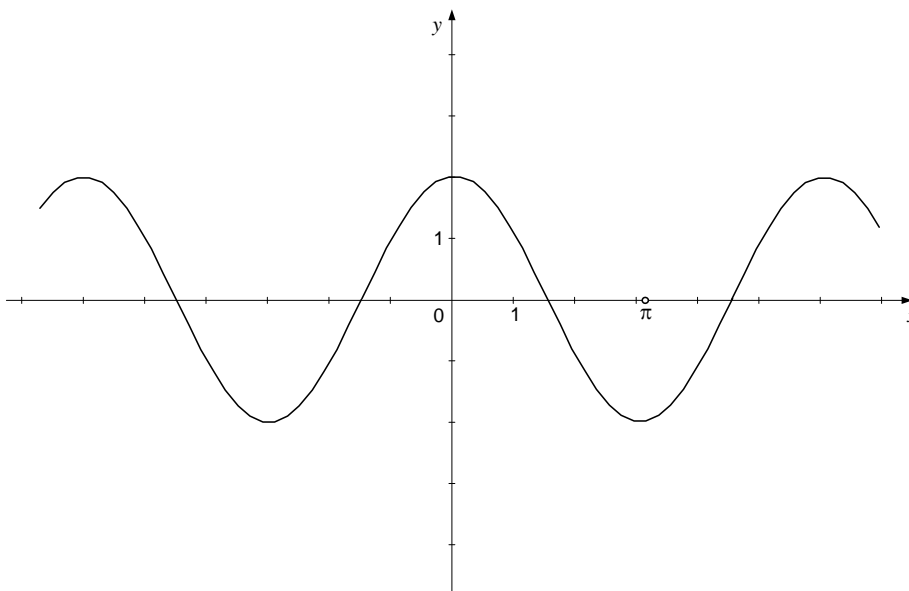
46. Skupaj 5 točk

1. način:

-U
poštevana perioda: 2π 1 točka
-U
poštevana amplituda: 2 1 točka
-U
poštevane ničle (tudi le na sliki) 1 točka
-P
ravilna sinusoida 2 točki

2. način:

-I
zračunane (napisane) ničle, npr.: $\dots -\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots$ 1 točka
-I
zračunani (napisani) ekstremi, npr.: $+2$ pri $-2\pi, 0, 2\pi$ in (ali) -2 pri $-\pi, \pi$ 1 točka
-U
poštevana amplituda: 2 1 točka



-P
ravilna sinusoida 2 točki

Opomba: Če je graf narisana le na dolžini intervala 2π , se naloga vrednoti z največ 4 točkami, na manjših intervalih pa z največ 3 točkami.

Rešitev

47. Skupaj 5 točk

a)

• P
 ostoppek, npr.: $3^{2x-5} = 3^3$ 1 točka

• N
 astavitev enačbe, npr.: $2x - 5 = 3$ 1 točka

• R
 ešitev: $x = 4$ 1 točka

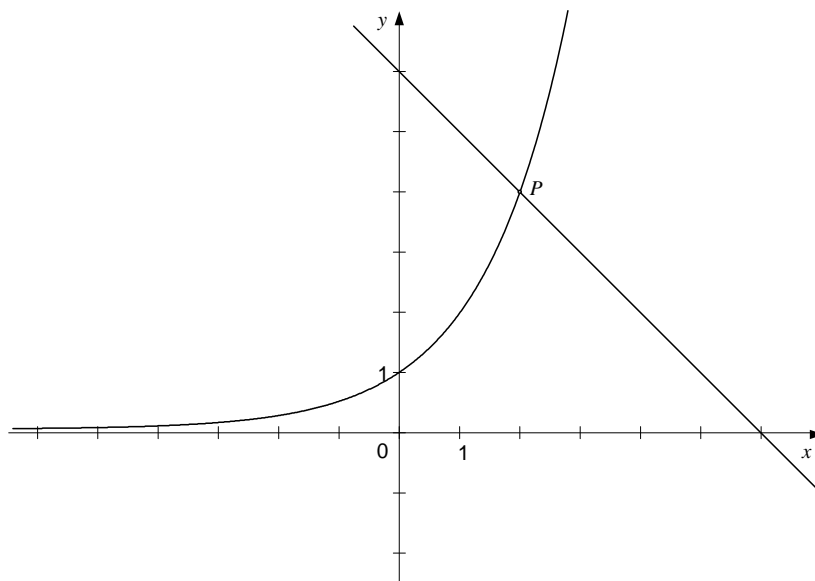
b)

• P
 ostoppek, npr.: $2^x = \frac{1}{4}$ 1 točka

• R
 ešitev: $x = -2$ 1 točka

Rešitev

48. Skupaj 5 točk



• N
 arisan graf eksponentne funkcije 2 točki

• N
 arisana premica 1 točka

• D
 oločeno presečišče: $P(2, 4)$ 1 točka

• R
 ačun, npr: $f(2) = 2^2 = 4$ in $g(2) = -2 + 6 = 4$ 1 točka

Rešitev Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
49	2	♦ izpolnjena preglednica:	1 + 1

		<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$f(x)$</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>9</td> <td>2</td> </tr> </table>	x	$f(x)$	1	0	9	2	
x	$f(x)$								
1	0								
9	2								
	1	♦ zapis enačbe, npr.: $2 = \log_a 9$							
	1	♦ upoštevanje definicije logaritma, npr.: $a^2 = 9$							
	1	♦ rezultat: $a = 3$							
Skupaj	5								

Rešitev Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
50	1	♦ zapis ali upoštevanje, da je $4 = 2^2$	
	1	♦ zapis enačbe: $x^2 - 3x + 4 = 2$	
	1*	♦ reševanje kvadratne enačbe	
	2	♦ rešitvi: $x_1 = 1, x_2 = 2$	1 + 1
Skupaj	5		

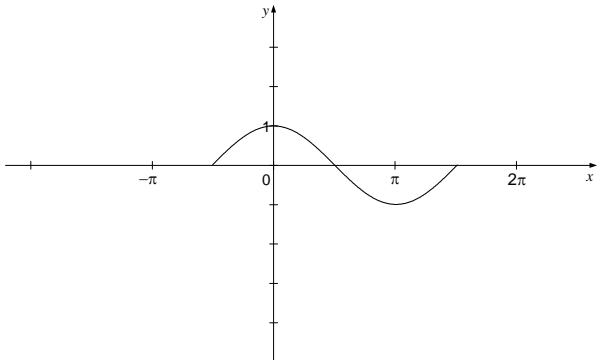
Rešitev Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
51	2	♦ pravilno zapisane vse tri ničle: $-\pi, 0, \pi$	Kandidat dobi 1 točko, če pravilno zapiše dve ničli.
	1	♦ zaloga vrednosti: $[-1,1]$	
	1	♦ interval naraščanja, npr.: od $-\frac{\pi}{2}$ do $\frac{\pi}{2}$	
	1	♦ rešitev, npr.: za $x = \frac{\pi}{2}$	
Skupaj	5		

Rešitev Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
52	1	♦ $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$	
	1	♦ $x = 3$	
	1	♦ $x = 5$	
	1	♦ $x = -1$	
Skupaj	4		

Rešitev Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
53	1	♦ $A - h(x)$	
	1	♦ $B - g(x)$	
	1	♦ $C - j(x)$	
	1	♦ $D - f(x)$	

Skupaj	4	
--------	---	--

Rešitev Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
54	1	♦ ne	
	1	♦ da	
	1	♦ ne	
	1	♦ ne	
Skupaj	4		

Rešitev Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
55	3	♦ narisani graf funkcije f 	$1^* + 1^* + 1$ Kandidat dobi prvo postopkovno točko, če graf poteka skozi ničle funkcije. Kandidat dobi drugo postopkovno točko, če graf funkcije poteka skozi začetno vrednost funkcije. Kandidat dobi tretjo točko, če je graf narisani za dano definicijsko območje.
	2	♦ koordinati točke T , npr.: $T(0,1)$	$1 + 1$
Skupaj	5		

Rešitev Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
56	1. način		
	1	♦ uporaba zveze med kotnimi funkcijami, npr.: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$	
	1	♦ izračun, npr.: $\sin \alpha = \frac{\sqrt{8}}{3} \doteq 0,94$	
	1	♦ uporaba zveze med kotnimi funkcijami, npr.: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$	
	1	♦ izračun, npr.: $\tan \alpha = -\sqrt{8} \doteq -2,83$	
	2. način		
	2	♦ izračun kota, npr.: $\alpha \doteq 109,47^\circ$	
	1	♦ izračun, npr.: $\sin \alpha \doteq 0,94$	
1	♦ izračun, npr.: $\tan \alpha \doteq -2,83$		
Skupaj	4		

Rešitev Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
-------------------	-------	---------	------------------

57	1	♦ zapis ali upoštevanje, da je $27 = 3^3$	
	1	♦ zapis enačbe, npr.: $x^2 + 2x = 3$	
	1*	♦ reševanje kvadratne enačbe	
	2	♦ rešitvi, npr.: $x_1 = 1, x_2 = -3$	1 + 1
Skupaj	5		

Rešitev Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
58	1	♦ izračun, npr.: $f\left(\frac{1}{4}\right) = -1$	
	1	♦ izračun, npr.: $f(1) = 0$	
	1	♦ izračun, npr.: $f(4) = 1$	
	1	♦ narisani graf funkcije	
Skupaj	4		

Rešitev Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
59	1	♦ zapis, npr.: $\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$	
	1	♦ zapis, npr.: $\log_{\frac{1}{2}} 8 = 3$	
	1	♦ zapis, npr.: $16^{\frac{1}{2}} = 4$	
	1	♦ zapis, npr.: $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$	
Skupaj	4		

Rešitev Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
60	1	♦ uporaba pravila za vsoto logaritmov z isto osnovo, npr.: $\log_2((x-2)x) = 3$	
	1	♦ uporaba definicije logaritma, npr.: $2^3 = x^2 - 2x$	
	1*	♦ reševanje kvadratne enačbe	

	1	♦ rešitvi kvadratne enačbe, npr.: $x_1 = 4$, $x_2 = -2$	
	1	♦ rešitev logaritemske enačbe, npr.: $x = 4$	
Skupaj	5		

Rešitev Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
61	1	♦ izračun, npr.: $\sqrt[3]{4} \doteq 1,59$	
	1	♦ izračun, npr.: $4^3 \cdot 3^{-2} \doteq 7,11$ ali $4^3 \cdot 3^{-2} = \frac{64}{9}$	
	1	♦ izračun, npr.: $\frac{1}{4} + \frac{2}{3} \doteq 0,92$ ali $\frac{1}{4} + \frac{2}{3} = \frac{11}{12}$	
	1	♦ izračun, npr.: $\log_2 4 = 2$	
Skupaj	4	Kandidat ne izgubi točke, če ne zapiše znaka \doteq .	

Rešitev Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
62	1	♦ preoblikovanje enačbe, npr.: $5^{x-1} = 25$	
	1	♦ zapis ali upoštevanje, da je $25 = 5^2$	
	1*	♦ reševanje eksponentne enačbe, npr.: $x - 1 = 2$	
	1	♦ rešitev: $x = 3$	
Skupaj	4		

Rešitev Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
63	1	♦ zapis ali uporaba, npr.: $a_1 = \sin \frac{\pi}{6}$, $a_2 = \sin \frac{2\pi}{6}$ in $a_3 = \sin \frac{3\pi}{6}$	
	1	♦ izračun, npr.: $a_1 = \frac{1}{2}$	
	1	♦ izračun, npr.: $a_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$	
	1	♦ izračun, npr.: $a_3 = 1$	
Skupaj	4		